Journal of Libyan Academy Bani Walid 2025
مجلة الأكاديمية الليبية بني وليد
e-ISSN: 3104-3860
المجلد الأول، العدد الثالث 2025

استخدام تحويل إيمان التكاملي في حل منظومات معادلات فولتيرا التكاملية ضعيفة الاعتلال

أحمد حسين كريع[1*]، جمال حسن الفرجاني[2]
[2،1] قسم الرياضيات، كلية الآداب والعلوم، مسلاتة، جامعة المرقب، الخمس، ليبيا.
*البريد الإلكتروني (للباحث المرجعي): ahnadali761@gmail.com

Using Iman integral transform to solve systems of weakly singular Volterra integral equations

Ahmed Husayn Ikreea [1*], and Jamal Hassn Frjani [2]
[1,2] Mathematics Department, Arts & Science Faculty-Mssalata, El Mergib University, Khomss, Libya

Received: 01-06-2025; Accepted: 10-07-2025; Published: 06-08-2025

الملخص

يتناول هذا البحث تطبيق تحويل إيمان التكاملي كأداة رياضية جديدة لحل بعض منظومات معادلات فولتيرا التكاملية ضعيفة الاعتلال. يوضح المؤلفان الخلفية النظرية للتحويل من حيث التعريفات والخواص الأساسية مثل الخاصية الخطية، تحويل المشتقات، مبرهنة الالتفاف، والتحويل العكسي. بعد ذلك، تم عرض مجموعة من الأمثلة التطبيقية التي تبين كيفية استخدام تحويل إيمان في تبسيط وحل هذه المنظومات، ثم التحقق من صحة الحلول بإعادة تعويضها في المعادلات الأصلية.

أثبتت النتائج أن تحويل إيمان التكاملي يمثل وسيلة فعالة وقوية للحصول على حلول دقيقة لمثل هذا النوع من المعادلات، مما يفتح المجال أمام استخدامه في مشكلات رياضية أخرى مرتبطة بالمعادلات التكاملية والتفاضلية.

الكلمات الدالة: تحويل ايمان التكاملي؛ معادلة فولتيرا التكاملية ضعيفة الاعتلال؛ منظومة معادلة فولتيرا التكاملية ضعيفة الاعتلال..

Abstract

This research applies the Iman integral transform as a novel mathematical tool to solve certain systems of weakly singular Volterra integral equations. The authors present the theoretical framework of the transform, including its definitions and fundamental properties such as linearity, differentiation, convolution theorem, and the inverse transform. A set of illustrative examples is then provided, demonstrating how the Iman transform can be employed to simplify and solve these systems, with all solutions verified by substitution into the original equations.
The findings confirm that the Iman integral transform is a powerful and effective method for obtaining accurate solutions to this class of equations, suggesting its potential for broader applications in problems involving integral and differential equations.

Keywords: Iman transform, weakly singular integral equations, systems of weakly singular integral equations.

1. مقدمة

شهدت التحويلات التكاملية في العقود الأخيرة تطوراً ملحوظاً، حيث برزت كأدوات رياضية مهمة في معالجة وحل العديد من المسائل المعقدة في مجالات الرياضيات التطبيقية. فقد لعبت دوراً محورياً في تبسيط المعادلات التفاضلية والمعادلات التكاملية، وذلك من خلال تحويلها إلى صور أبسط يسهل التعامل معها رياضياً. وفي الآونة الأخيرة، قدّم العديد من الباحثين تحويلات تكاملية جديدة ومعرّفة على نطاقات مختلفة وبأنوية متعددة، وقد ساهمت هذه التحويلات في حل مسائل متنوعة في المعادلات التفاضلية الجزئية، والمعادلات التكاملية، والمعادلات التكاملية التفاضلية، وأنظمة هذه المعادلات [1–12].

تاريخياً يمكن القول إن فكرة التحويل التكاملي نشأت من تكامل فوريبه الكلاسيكي، وقد قامت الباحثة إيمان المرضي مؤخراً بتطوير تحويل إيمان التكاملي، ثم درست بعض خواصه الأساسية [1–3]. ويُعد هذا التحويل إضافة نوعية إلى مكتبة التحويلات الرياضية المعروفة مثل لابلاس وفوربيه والزكي وغيرها، حيث يتميز بخصائص مرنة تسمح بالتعامل مع أنواع مختلفة من المعادلات ذات البنية المعقدة.

تُعد معادلات فولتيرا التكاملية ضعيفة الاعتلال من النماذج الرياضية المهمة التي تظهر في تطبيقات الفيزياء والهندسة، مثل دراسة الأنظمة الديناميكية ونمذجة الظواهر الحرارية ومعالجة الإشارات. إلا أن طبيعتها الخاصة تجعل حلها يمثل تحدياً للباحثين، مما استدعى تطوير طرق أكثر كفاءة للحصول على حلول دقيقة. من هنا ينطلق هذا البحث لتطبيق تحويل إيمان التكاملي لحل منظومات من هذه المعادلات، مع تقديم أمثلة عملية تثبت فعاليته كأداة رياضية قوية يمكن توظيفها في مجالات رياضية أخرى مستقبلاً.

1. أهداف البحث

إن الغرض الرئيسي من هذا البحث هو دراسة تطبيق تحويل ايمان التكاملية لحل بعض منظومات معادلة فولتيرا التكاملية ضعيفة الاعتلال.

2. تعريفات و مفاهيم أساسية

1.3 تحويل إيمان التكاملي [1-3]

لتكن Γ مجموعة من الدوال ذات رتبة أسية و معرفة كما يلي

$$(1)\Gamma=\{\phi(\tau):\exists\mu,\delta_1,\delta_2>0,|\phi(\tau)|<\mu\exp(-\nu^2\tau)\}.$$

لأي دالة $\phi(\tau)$ في المجموعة Γ ، الثابت μ يجب أن يكون عدداً حقيقياً منتهياً ، و أن δ_1,δ_2 يمكن أن يكونا منتهيان أو غير منتهيان .

تحويل إيمان التكاملي يرمز له بالرمز $I(.)$ و يعرف بالمعادلة التكاملية التالية

$$(2)I[\phi(\tau)]=\Phi(\nu)=\frac{1}{\nu^2}\int_0^\infty\phi(\tau)e^{-\nu^2\tau}d\tau\ ,\ \ \tau\geq0,\delta_1\leq\nu\leq\delta_2.$$

2.3 بعض خواص تحويل إيمان التكاملي

1.2.3 الخاصية الخطية لتحويل إيمان التكاملي [3-1]

إذا كانت $I[\phi_1(\tau)] = \Phi_1(\nu),\ I[\phi_2(\tau)] = \Phi_2(\nu)$ فإن

$$(3) I[\varrho_1\phi_1(\tau) + \varrho_2\phi_2(\tau)] = \varrho_1\Phi_1(\nu) + \varrho_2\Phi_2(\nu).$$

حيث ϱ_1, ϱ_2 ثوابت اختيارية.

2.2.3 تحويل ايمان التكاملي للمشتقات العادية [3-1]

إذا كانت $I[\phi(\tau)] = \Phi(\nu)$ فإن

$$(4)(1)\quad I\left[\frac{d\phi(\tau)}{d\tau}\right] = \nu^2\,\Phi(\nu) - \frac{1}{\nu^2}\,\Phi(0).$$

$$(5) I\left[\frac{d^2\phi(\tau)}{d\tau^2}\right] = \nu^2\,\Phi(\nu) - \Phi(0) - \frac{1}{\nu^2}\,\Phi'(0)\,(2)$$

.

$$(6) I\left[\frac{d^n\phi(\tau)}{d\tau^n}\right] = \nu^n\,\Phi(\nu) - \sum_{k=0}^{n-1}\left(\frac{1}{\nu^4 - 2n + 2k}\right)\Phi^k(0).(3)$$

3.2.3 مبرهنة الالتفاف لتحويل إيمان التكاملي [1]

إذا كانت $I[\phi(\tau)] = \Phi(\nu),\ I[\theta(\tau)] = \Theta(\nu)$ فإن

$$(7) I[\phi(\tau) * \theta(\tau)] = \nu^2\,\Phi(\nu)\Theta(\nu).$$

حيث

$$(8) \phi(\tau) * \theta(\tau) = \int_0^\tau \phi(\xi)\theta(\tau - \xi)d\xi.$$

2.3تحويل إيمان التكاملي العكسي [1]

إذا كان $I[\psi(\tau)] = \Psi(\nu)$ ، فإن $\psi(\tau)$ تسمى تحويل إيمان التكاملي العكسي للدالة $\Psi(\nu)$ و يعرف بالرمز الرياضي على النحو التالي $\psi(\tau) = I^{-1}[\Psi(\nu)]$.

جدول1. تحويل إيمان التكاملي لبعض الدوال المستخدمة بكثرة [1]

No	$\psi(\tau)$	$I[\psi(\tau)] = \Psi(\nu)$
1	1	$\frac{1}{\nu^4}$
2	τ	$\frac{1}{\nu^6}$
3	$\tau^k, \quad k \in \mathbb{N}$	$\frac{k!}{\nu^{2(k+2)}}$

4	$e^{\alpha\tau}$	$\frac{1}{\nu^4-\alpha\nu^2}$
5	$\sin(\alpha\tau)$	$\frac{\alpha}{\nu^2(\nu^4+\alpha^2)}$
6	$\cos(\alpha\tau)$	$\frac{1}{(\nu^4+\alpha^2)}$
7	$\sinh(\alpha\tau)$	$\frac{\alpha}{\nu^2(\nu^4-\alpha^2)}$
8	$\cosh(\alpha\tau)$	$\frac{1}{(\nu^4-\alpha^2)}$

4.تطبيقات [13]

المثال الأول: جد حل منظومة المعادلات التكاملية ضعيفة الاعتلال التالية

$$(1)\begin{cases}\phi(\xi)=\xi^4-\frac{64}{105}\xi^{\frac{7}{2}}(4\xi+3)+\int_0^{\xi}\left(\frac{3}{(\xi-\tau)^{\frac{1}{2}}}\phi(\tau)+\frac{2}{(\xi-\tau)^{\frac{1}{2}}}\psi(\tau)\right)d\tau\\ \psi(\xi)=\xi^3-\left(\frac{32}{315}\right)\xi^{\frac{7}{2}}(16\xi-27)+\int_0^{\xi}\left(\frac{2}{(\xi-\tau)^{\frac{1}{2}}}\phi(\tau)-\frac{3}{(\xi-\tau)^{\frac{1}{2}}}\psi(\tau)\right)d\tau\end{cases}$$

الحل: لنفرض أن :

$$.I[\phi(\xi)\}=\Phi(\nu),\quad I[\psi(\xi)]=\Psi(\nu)$$

بتطبيق تحويل ايمان التكاملي على المعادلتين في المنظومة (1) ، ثم بإجراء بعض التبسيط الرياضي نجد أن

$$(2)\begin{cases}(\nu^{13}-3\nu^{12}\sqrt{\pi})\Phi(\nu)-2\nu^{12}\sqrt{\pi}\,\Psi(\nu)=4!\,\nu-72\sqrt{\pi}-12\nu^2\sqrt{\pi}\\ \left(1+\frac{3\sqrt{\pi}}{\nu}\right)\Psi(\nu)-2\left(\frac{\sqrt{\pi}}{\nu}\right)\Phi(\nu)=\frac{3!}{\nu^{10}}-\frac{48(\sqrt{\pi})}{\nu^{13}}+\frac{18\sqrt{\pi}}{\nu^{11}}\end{cases}$$

و بعد حل المعادلتين معاً في المنظومة (2) نجد أن

$$(3)\ \Phi(\nu)=\frac{4!}{\nu^{12}}\quad,\Psi(\nu)=\frac{3!}{\nu^{10}}$$

و بأخذ تحويل إيمان التكاملي العكسي للدالتين في (3) نجد أن

$$.\phi(\xi)=\xi^4,\psi(\xi)=\xi^3$$

المثال الثاني: جد حل منظومة المعادلات التكاملية ضعيفة الاعتلال التالية

$$\begin{cases} \phi(\xi) = 1 + 3\xi - \frac{9}{20}\xi^{\frac{2}{3}}(9\xi^2 + 6\xi + 10) + \int_0^{\xi}\left(\frac{1}{(\xi-\tau)^{\frac{1}{3}}}\phi(\tau) + \frac{2}{(\xi-\tau)^{\frac{1}{3}}}\psi(\tau)\right)d\tau \\ \psi(\xi) = 1 + 3\xi^2 + \frac{3}{40}\xi^{\frac{2}{3}}(27\xi^2 - 72\xi - 20) + \int_0^{\xi}\left(\frac{1}{(\xi-\tau)^{\frac{1}{3}}}(2\phi(\tau) - \psi(\tau))\right)d\tau \end{cases} \quad (4)$$

الحل: لنفرض أن

$$I[\phi(\xi)\} = \Phi(\nu), \quad I[\psi(\xi)] = \Psi(\nu).$$

بتطبيق تحويل ايمان التكاملي على المعادلتين في المنظومة (4) ، ثم بإجراء بعض الاختزال نجد أن

$$\begin{cases} \left(1 - \frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{4}{3}}}\right)\Phi(\nu) - 2\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{4}{3}}}\Psi(\nu) = \frac{1}{\nu^4} + \frac{3}{\nu^6} - 12\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{28}{3}}} - 3\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{22}{3}}} - 3\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{16}{3}}} \\ \left(1 + \frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{4}{3}}}\right)\Psi(\nu) - 2\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{4}{3}}}\Phi(\nu) = \frac{1}{\nu^4} + \frac{6}{\nu^8} + 6\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{28}{3}}} - 6\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{22}{3}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{16}{3}}} \end{cases} \quad (5)$$

و بعد حل المعادلتين معاً في المنظومة (5) نجد أن

$$(6)\ \Phi(\nu) = \frac{1}{\nu^4} + \frac{3}{\nu^6} \quad , \Psi(\nu) = \frac{1}{\nu^4} + \frac{6}{\nu^8}$$

و بأخذ تحويل إيمان التكاملي العكسي للدالتين في (6) نجد أن

$$\phi(\xi) = 1 + 3\xi, \psi(\xi) = 1 + 3\xi^2.$$

المثال الثالث: جد حل منظومة المعادلات التكاملية ضعيفة الاعتلال التالية

$$\begin{cases} \phi(\xi) = \xi + \xi^2 - \frac{25}{6552}\xi^{\frac{8}{5}}\left(130\xi^{\frac{6}{5}} + 182\xi^{\frac{1}{5}} - 210\xi + 273\right) + \int_0^{\xi}\left(\frac{\phi(\tau)}{(\xi-\tau)^{\frac{1}{5}}} + \frac{\psi(\tau)}{(\xi-\tau)^{\frac{2}{5}}}\right)d\tau \\ \psi(\xi) = \xi - \xi^2 - \frac{25}{924}\xi^{\frac{6}{5}}\left(55\xi^{\frac{6}{5}} + 66\xi^{\frac{1}{5}} - 140\xi + 154\right) + \int_0^{\xi}\left(\frac{\phi(\tau)}{(\xi-\tau)^{\frac{3}{5}}} + \frac{\psi(\tau)}{(\xi-\tau)^{\frac{4}{5}}}\right)d\tau \end{cases} \quad (7)$$

الحل: لنفرض أن

$$I[\phi(\xi)\} = \Phi(\nu), \quad I[\psi(\xi)] = \Psi(\nu).$$

بتطبيق تحويل ايمان التكاملي على المعادلتين في المنظومة (7) ، ثم بإجراء بعض الاختزال نجد أن

$$\left(\begin{cases}\left(1-\frac{\Gamma\left(\frac{4}{5}\right)}{\nu^{\frac{8}{5}}}\right)\Phi(\nu)-\frac{\Gamma\left(\frac{3}{5}\right)}{\nu^{\frac{6}{5}}}\Psi(\nu)=\frac{1}{\nu^6}+\frac{2}{\nu^8}-2\frac{\Gamma\left(\frac{4}{5}\right)}{\nu^{\frac{48}{5}}}-\frac{\Gamma\left(\frac{4}{5}\right)}{\nu^{\frac{38}{5}}}+2\frac{\Gamma\left(\frac{3}{5}\right)}{\nu^{\frac{46}{5}}}-\frac{\Gamma\left(\frac{3}{5}\right)}{\nu^{\frac{36}{5}}}\\ \left(1-\frac{\Gamma\left(\frac{1}{5}\right)}{\nu^{\frac{2}{5}}}\right)\Psi(\nu)-\frac{\Gamma\left(\frac{2}{5}\right)}{\nu^{\frac{4}{5}}}\Phi(\nu)=\frac{1}{\nu^6}-\frac{2}{\nu^8}-2\frac{\Gamma\left(\frac{2}{5}\right)}{\nu^{\frac{44}{5}}}-\frac{\Gamma\left(\frac{2}{5}\right)}{\nu^{\frac{34}{5}}}+2\frac{\Gamma\left(\frac{1}{5}\right)}{\nu^{\frac{42}{5}}}-\frac{\Gamma\left(\frac{1}{5}\right)}{\nu^{\frac{32}{5}}}\end{cases}\right)8$$

و بعد حل المعادلتين معاً في المنظومة (8) نجد أن

$$(9)\ \Phi(\nu)=\frac{1}{\nu^6}+\frac{2}{\nu^8}\quad,\Psi(\nu)=\frac{1}{\nu^2}-\frac{2}{\nu^8}$$

و بأخذ تحويل إيمان التكاملي العكسي للدالتين في (9) نجد أن

$$.\phi(\xi)=\xi+\xi^2,\psi(\xi)=\xi-\xi^2$$

المثال الرابع: جد حل منظومة المعادلات التكاملية ضعيفة الاعتلال التالية

$$\begin{cases}\phi(\xi)=6+\xi^2-\frac{9}{280}\xi^{\frac{1}{3}}\left(21\xi^{\frac{7}{3}}-280\xi^{\frac{1}{3}}-60\xi^{\frac{2}{3}}+560\right)+\int_0^{\xi}\left(\frac{\phi(\tau)}{(\xi-\tau)^{\frac{1}{3}}}+\frac{\psi(\tau)}{(\xi-\tau)^{\frac{2}{3}}}\right)d\tau\\ \psi(\xi)=6-\xi^2-\frac{5}{924}\xi^{\frac{1}{5}}\left(275\xi^{\frac{11}{5}}+2772\xi^{\frac{1}{5}}-700\xi^2+5544\right)+\int_0^{\xi}\left(\frac{\phi(\tau)}{(\xi-\tau)^{\frac{3}{5}}}-\frac{\psi(\tau)}{(\xi-\tau)^{\frac{4}{5}}}\right)d\tau\end{cases}$$

)10(

الحل: لنفرض أن

$$.I[\phi(\xi)\}=\Phi(\nu),\quad I[\psi(\xi)]=\Psi(\nu)$$

بتطبيق تحويل ايمان التكاملي على المعادلتين في المنظومة (10) ، ثم بإجراء بعض الاختزال نجد أن

$$\begin{cases}\left(1-\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{4}{3}}}\right)\Phi(\nu)-\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{\nu^{\frac{2}{3}}}\Psi(\nu)=\frac{6}{\nu^4}+\frac{2}{\nu^8}-2\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{28}{3}}}-6\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\nu^{\frac{16}{3}}}+2\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{\nu^{\frac{26}{3}}}-\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{\nu^{\frac{14}{3}}}\\ \left(1-\frac{\Gamma\left(\frac{1}{5}\right)}{\nu^{\frac{2}{5}}}\right)\Psi(\nu)-\frac{\Gamma\left(\frac{2}{5}\right)}{\nu^{\frac{4}{5}}}\Phi(\nu)=\frac{6}{\nu^4}-\frac{2}{\nu^8}-2\frac{\Gamma\left(\frac{2}{5}\right)}{\nu^{\frac{44}{5}}}-6\frac{\Gamma\left(\frac{2}{5}\right)}{\nu^{\frac{24}{5}}}+2\frac{\Gamma\left(\frac{1}{5}\right)}{\nu^{\frac{42}{5}}}-6\frac{\Gamma\left(\frac{1}{5}\right)}{\nu^{\frac{22}{5}}}\end{cases}$$

)11(

و بعد حل المعادلتين معاً في المنظومة (11) نجد أن

$$(12)\ \Phi(\nu)=\frac{6}{\nu^4}+\frac{2}{\nu^8}\quad,\Psi(\nu)=\frac{6}{\nu^4}-\frac{2}{\nu^8}$$

و بأخذ تحويل إيمان التكاملي العكسي للدالتين في (12) نجد أن

$$.\phi(\xi)=6+\xi^2,\psi(\xi)=6-\xi^2$$

5.الاستنتاج
من خلال هذه الدراسة، تم تطبيق تحويل إيمان التكاملي على عدد من منظومات معادلات فولتيرا التكاملية ضعيفة الاعتلال، وقد أظهرت النتائج أن هذا التحويل يمثل أداة فعّالة وقوية في تبسيط خطوات الحل والحصول على حلول دقيقة ومباشرة. لقد مكّن التحويل من تحويل المنظومات التكاملية إلى معادلات أبسط يسهل التعامل معها، مما وفر وسيلة بديلة وواعدة مقارنة بالطرق التقليدية.

كما أثبتت الأمثلة التطبيقية أن جميع الحلول المتحصّل عليها تحقق صحة المنظومات الأصلية عند التعويض، وهو ما يؤكد الموثوقية الرياضية لهذه الطريقة. ومن جهة أخرى، يفتح هذا البحث المجال أمام الباحثين لتوسيع استخدام تحويل إيمان في حل مشكلات رياضية أخرى، مثل المعادلات التكاملية غير الخطية والمعادلات التفاضلية الجزئية، بالإضافة إلى إمكانية دمجه مع طرق تحليلية وعددية أخرى لتعزيز دقة الحلول وكفاءتها.

وعليه، يمكن القول إن تحويل إيمان التكاملي لا يمثل مجرد إضافة جديدة إلى مكتبة التحويلات الرياضية، بل يعد أداة بحثية ذات إمكانيات واسعة يمكن الاستفادة منها في مجالات مختلفة من الرياضيات التطبيقية والعلوم الهندسية، الأمر الذي يستدعي مزيداً من الدراسات المستقبلية لاستكشاف قدراته الكاملة.

6.المراجع

[1] O. I. Ogan and O. R. Okpo, A novel Application of Iman Transform for Solving Linear Volterra Integral Equations, Journal of Science, Engineering and Technology,10(1),106-112.

[2] Iman Ahmed Almardy (2023), The New Integral Transform "Iman Transform", International Journal of Advanced Research in Science communication and Technology,3(1),1-5.

[3] I. A. Almardy, R. A. Farah and M. A. Elkeer (2023), On the Iman Transform and Systems of Ordinary Differential Equations, International Journal of Advanced Research in Science communication and Technology,3(1),577-580.

[4] Jamal Frjani, Ahmed Ikreea, and Mohammed Attaweel (2020), Sawi transform of some special functions, Journal of Science and Technology Awlad Ali, 1(2), 1-8.

[5] Jamal Frjani, Ahmed Ikreea, and Mohammed Attaweel (2019), A New Application of Kamal Transform for Solving Systems of Generalized Abel's Integral Equations, Taqnyia Journal, 15 (1/2), 41-47.

[6] Jamal Frjani, Ahmed Ikreea, and Mohammed Attaweel (2019), A Comparison Between Elzaki and Aboodh Transforms to Solve Systems of Linear Volterra Integral Equations, Journal of Humanitarian and Applied Sciences, 8, 237-254.

[7] Mohammed Attaweel & Abdulah Lahwal (2022), Application of Sawi Transform for Solving Systems of Volterra Integral Equations and Systems of Volterra Integro-differential Equations, Journal Of Educational, Vol.20, 400-405.

[8] Hisham Rashdi &Mohammed Attaweel (2022), A New Application of Sawi Transform for Solving Ordinary Differential Equations with Variable Coefficients, Journal Of Educational, Vol.20, 486-494.

[9]Mohammed Attaweel & Abdualah Sultan (2021), A New Application of Sawi Transform on Some Partial Differential Equations, Journal Of Sadda Aljamia, Vol.2, 23-30.

[10] Mohammed Attaweel & Abdulah Lahwal (2021), On Solving Nonlinear Volterra Integral Equations Of First Kind Using Mahgoub Transform, Journal Of Educational, Vol.18, 677-685.

[11] Mohammed Attaweel & Abdulah Lahwal (2020), A New Application of the Kamal Transform for Solving Systems Of Volterra Integral Equations Of Convolution Type, Journal Of Educational, Vol.17, 287-291

[12] Mohammed Attaweel & Abdulah Lahwal (2020), On Solving Systems Of Ordinary Differential Equations Using the Kamal Transform, Journal Of Educational, Vol.16, 232-238.

[13]Wazwaz, A.M. (2011). Linear and nonlinear integral equations , Higher Education Press, Beijing.