Journal of Libyan Academy Bani Walid 2025
مجلة الأكاديمية الليبية بني وليد
e-ISSN: 3104-3860
المجلد الأول، العدد الثاني، 2025

نموذج ARMA كأداة لتحليل السلاسل الزمنية: دراسة تطبيقية على الأرقام القياسية لأسعار المستهلك في ليبيا

سالم محمد مادي الطابوني[1*]، الشتيوي امحمد إمسيلخ [2] ، أحمد محمد سوادي[3]
[2،1] قسم الاحصاء، كلية العلوم الزنتان، جامعة الزنتان، الزنتان، ليبيا
[3] قسم الرياضيات، كلية العلوم الأصابعة، جامعة غريان، الأصابعة، ليبيا
[*]البريد الإلكتروني (للباحث المرجعي): ashtewe2009@yahoo.com

The ARMA Model as a Tool for Time Series Analysis: An Applied Study on the Consumer Price Index in Libya

Salem Mohamed Altabouni [1*], Ahmed Mohamed Sawadi [2], Alshiteewi Ali Imseelikh [3]
[1,2] Department of Mathematics, Faculty of Science, Al-Asabaa, University of Gharyan, Al-Asabaa, Libya
[3]Department of Statistics, Faculty of Science, Zintan, University of Zintan, Zintan, Libya

Received: 15-03-2025; Accepted: 19-04-2025; Published: 18-05-2025

الملخص

يهدف هذا البحث إلى دراسة فعالية نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA) في تحليل السلاسل الزمنية الاقتصادية، وذلك من خلال تطبيقه على سلسلة الأرقام القياسية لأسعار المستهلك في ليبيا خلال الفترة من 1965 حتى 2023. تم جمع البيانات من موقع البنك الدولي، وتم استخدام برنامج Minitab لإجراء التحليل الإحصائي. بعد استكشاف خصائص السلسلة والتحقق من استقرارها، تم تجريب عدة نماذج من عائلة ARMA.

تم اختيار نموذج ARMA (1,2) كأفضل نموذج لتمثيل السلسلة، بناءً على معنوية المعلمات المقدّرة ونتائج اختبارات التشخيص التي أظهرت ملاءمة النموذج، وعدم وجود ارتباطات متبقية في البواقي، بالإضافة إلى تحقق شرط التوزيع الطبيعي لها. وقد أظهرت نتائج البحث أن نموذج ARMA قادر على تمثيل الديناميات الزمنية للسلسلة بشكل فعّال، ويوفر أداة مهمة لتحليل الظواهر الاقتصادية المستقرة، مما يفتح المجال أمام استخدامه في التنبؤ وصناعة القرار الاقتصادي.

الكلمات الدالة: السلاسل الزمنية، أسعار المستهلك، نموذج ARMA.

Abstract

This study aims to examine the effectiveness of the Autoregressive Moving Average (ARMA) model in analyzing economic time series, by applying it to the Consumer Price Index (CPI) series in Libya over the period 1965–2023. The data were obtained from the World Bank, and the statistical analysis was conducted using Minitab software. After exploring the properties of the series and verifying its stationarity, several ARMA models were tested and compared.

The ARMA (1,2) model was selected as the most appropriate based on the statistical significance of the estimated parameters and the results of diagnostic tests, which indicated no remaining autocorrelation in the residuals and confirmed the normality assumption. The findings demonstrate that the ARMA model effectively captures the dynamic structure of the time series and provides a reliable tool for analyzing stable economic phenomena, thereby supporting its use in forecasting and economic decision-making.

Keywords: Time series, Consumer Price, ARMA models.

المقدمة

تُعد نماذج السلاسل الزمنية من أبرز الأدوات الإحصائية المستخدمة لتحليل البيانات المرتبطة بالزمن، خاصة في المجالات الاقتصادية والاجتماعية. ومن بين هذه النماذج، يبرز نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA) كأحد النماذج المهمة في تفسير الأنماط الزمنية والتنبؤ بالقيم المستقبلية للظواهر المستقرة.

يتميز نموذج ARMA بقدرته على تمثيل العلاقة الزمنية داخل السلسلة من خلال دمج مكونين أساسيين: الانحدار الذاتي (AR) والمتوسطات المتحركة (MA)، مما يجعله نموذجًا مرنًا وفعّالًا عند التعامل مع سلاسل زمنية مستقرة. يعتمد بناء النموذج على تحديد القيم المثلى لمرتبتي الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة من خلال اختبارات ومعايير إحصائية دقيقة.

يهدف هذا البحث إلى إبراز فعالية نموذج ARMA في تحليل السلاسل الزمنية من خلال تطبيقه على بيانات الأرقام القياسية لأسعار المستهلك CPIفي ليبيا، مع التركيز على الخطوات المنهجية لبناء النموذج، والتحقق من ملاءمته، وتقييم قدرته على نمذجة السلوك الزمني للبيانات.

مشكلة البحث:

رغم الاستخدام الواسع لنماذج السلاسل الزمنية، إلا أن اختيار النموذج الأنسب لتحليل البيانات المستقرة لا يزال يمثل تحديًا لدى العديد من الباحثين، خاصة فيما يتعلق بالمفاضلة بين النماذج وتحديد القيم المثلى لمعاملات النموذج. وتكمن المشكلة في الحاجة إلى دراسة تطبيقية توضح كيف يمكن لنموذج ARMA أن يُستخدم بكفاءة في تمثيل السلاسل الزمنية المستقرة وتفسير سلوكها الديناميكي.

ويمكن تلخيص المشكلة في السؤال الآتي:

ما مدى فعالية نموذج ARMA في تحليل السلاسل الزمنية للأرقام القياسية لأسعار المستهلك في ليبيا؟

أهمية البحث:

تنبع أهمية هذا البحث من اعتماده على نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA) كأحد النماذج الإحصائية في تحليل السلاسل الزمنية المستقرة. يتميز هذا النموذج بقدرته على تفسير البنية الزمنية للبيانات من خلال دمجه بين خصائص الاعتماد الذاتي (AR) والتقلبات العشوائية (MA)، مما يجعله أداة فعّالة في دراسة الظواهر الاقتصادية المتغيرة مع الزمن.

ويُعد توظيف نموذج ARMA في هذا البحث خطوة علمية تهدف إلى تقديم إطار تحليلي دقيق يمكن من خلاله نمذجة الأرقام القياسية لأسعار المستهلك CPI في ليبيا، والتعرف على الأنماط الزمنية المرتبطة بها. كما يسهم في دعم متخذي القرار من خلال توفير مؤشرات كمية قابلة للتوظيف، بناءً على خصائص السلسلة الزمنية المتاحة.

أهداف البحث:

1. التعريف بنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA) من حيث المفهوم والبنية الرياضية.
2. تطبيق منهجية ARMA على سلسلة زمنية (بيانات الأرقام القياسية لأسعار المستهلك CPIفي ليبيا) كنموذج تطبيقي.
3. إبراز فعالية النموذج كأداة تحليلية قابلة للتطبيق على المتغيرات اقتصادية.

فرضيات البحث:
نماذج ARMA توفر إطارًا يسمح بنمذجة سلسلةالأرقام القياسية لأسعار المستهلك CPI في ليبيا خلال الفترة (1965–2023)

متغيرات البحث:
تناولت الدراسة متغير الأرقام القياسية لأسعار المستهلك CPIفي ليبيا والذي يمثل سلسلة زمنية سنويةخلال فترة الدراسة.

منهج البحث:
اعتمد هذا البحث على المنهج الكمي التحليلي من خلال تطبيق نماذج السلاسل الزمنية، وبشكل خاص نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA)، لتحليل سلوك البيانات الزمنية المتعلقة بالأرقام القياسية لأسعار المستهلك CPIفي ليبيا. تم استخدام البيانات السنوية ل CPIخلال الفترة (1965- 2023)، وقد تم تنفيذ التحليل الإحصائي باستخدام برنامج Minitab.

الدراسات السابقة:
دراسة (Pappas,2001):
هدفت هذه الدراسة إلى نمذجة أحمال الطلب على الكهرباء في اليونان باستخدام نموذج ARMA. اعتمدت الدراسة على بيانات مستقرة وتم استخدام معيار المعلومات المصحح لأكايكي (AICC) لاختيار النموذج الأمثل. طبّقت الدراسة النموذج على بيانات غير متصلة بالإنترنت، ومن أبرز نتائج الدراسة: نجاح تمثيل السلسلة الزمنية بدقة، كما عالجت تحديات التقدير في ظل وجود ضوضاء أو أخطاء باستخدام نظرية التقسيم متعدد النماذج، مما مكّن من التقدير التكيفي لترتيب ومعلمات النموذج.
دراسة (Singh & Pozo, 2018):
هدفت هذه الدراسة إلى تقديم منهجية مبسطة لبناء نماذج ARMA للتنبؤ بإنتاج الطاقة كل ساعة من نظام شمسي كهروضوئي. تبدأ العملية بإنشاء سلسلة بيانات كل ساعة، ثم يتم تطوير نموذج ARMA المناسب باستخدام اختبارات إحصائية للتحقق من الاستقرارية والكفاءة. ثم تقييم النموذج بناءً على دقته التنبؤية وملاءمته للاندماج في نماذج تشغيل وتخطيط أكثر تعقيدًا. وقد أظهرت النتائج دقة تنبؤ جيدة، مما يجعل النموذج أداة فعالة لتوليد بيانات افتراضية في سياقات تحسين الطاقة العشوائية.
دراسة (الحلواني، 2019):
هدفت هذه الدراسة إلى بناء نموذج قياسي للتنبؤ بحجم الأمية في مصر حتى عام 2030، بهدف دعم عمليات التخطيط واتخاذ القرار بشأن هذه الظاهرة الاجتماعية. اعتمد على نموذج ARMA التلقائي (Automatic ARMA) من نماذج Box-Jenkins، مع المقارنة بنموذج الانحدار العادي (OLS)، باستخدام بيانات ربع سنوية لعدد الأميين من الذكور والإناث في الفترة بين 2006 و2018. وتم استخدام برمجيات تحليل متقدمة مثل STATA 14 وNCSS11، مع تقييم أداء النماذج بناءً على معايير معلوماتية مثل AIC، BIC، وHQC. أظهرت النتائج أن نموذج ARMA قدم دقة أعلى في التقدير والتنبؤ مقارنة بالنماذج الأخرى، مما يؤكد فعاليته في تحليل وتوقع الظواهر الاجتماعية ذات الطابع الزمني.
دراسة (Isiaka et al, 2021):
استخدمت هذهالدراسة نموذج ARMA عبر برنامج R للتنبؤ بمعدل نمو سعر الصرف بين الدولار الأمريكي والجنيه الإسترليني، وذلك من خلال تقسيم البيانات إلى فترتي عينة وخارج العينة. تم اختبار أداء النموذج باستخدام طريقتين: التقليدية وطريقة النافذة المتدحرجة، وتم تقييم النتائج بمعايير MSE وMAE وMAPE ومعيار التنبؤ بالإشارة الصحيحة. أظهرت النتائج أن الطريقة التقليدية أكثر دقة في توقع حجم

التغير، بينما كانت طريقة النافذة المتدحرجة أفضل في التنبؤ باتجاه التغير. تؤكد الدراسة كفاءة نموذج ARMA في التنبؤ بالمتغيرات الاقتصادية الديناميكية مثل سعر الصرف.

دراسة (Zeng, 2024):

استخدمت هذهالدراسة نموذج ARMA لتحليل وتوقع العائد اليومي لمؤشري الأسهم S&P 500 وFTSE 100 خلال الفترة من 2015 إلى 2023، بهدف تقييم مدى كفاءة النماذج الزمنية في تمثيل سلوك العوائد المالية. اعتمدت الدراسة على منهجية تحليل السلاسل الزمنية باستخدام نماذج الانحدار الذاتي (AR)، والمتوسط المتحرك (MA)، والنموذج المركب ARMA، حيث أظهرت النتائج أن كلا المؤشرين يتمتعان بخاصية انعكاس المتوسط، ما يدل على أن الأداء السابق لا يوفر قدرة تنبؤية قوية للمستقبل. إلا أن نموذج ARMA أثبت فاعلية أكبر مقارنة بالنماذج الأحادية في تفسير تقلبات الأسواق، خاصة خلال فترات الصدمات الاقتصادية مثل أزمة كوفيد-19. وقد تبين أن مؤشر FTSE 100 أظهر استجابة أسرع وآليات تصحيح أدق مقارنة بمؤشر S&P 500، مما يعكس قدرة نموذج ARMA على استيعاب أخطاء التنبؤ والمعلومات التاريخية بشكل أكثر تكاملاً.

الجانب النظري

1- مفهوم السلاسل الزمنية:

تُعرّف السلاسل الزمنية بأنها تسلسل من القيم أو المشاهدات المرتبطة بظاهرة معينة، يتم تسجيلها وفق ترتيب زمني محدد، وغالبًا ما تكون الفواصل الزمنية بين هذه القيم متساوية، مثل الساعات أو الأيام أو الأشهر أو السنوات (العتوم والعاروري، 2003).

وفي سياق أكثر دقة، يمكن تعريف السلسلة الزمنية بأنهامجموعة من القيم الرقمية أو المشاهدات التي تمثل تطور ظاهرة معينة عبر الزمن، حيث تُجمع هذه البيانات في فترات زمنية متتالية غالبًا ما تكون متساوية، مثل الأيام أو الأشهر أو السنوات. وتتكون السلسلة الزمنية من متغيرين: الأول هو الزمن ويُعد متغيرًا مستقلاً، والثاني هو قيمة الظاهرة المدروسة ويُعد متغيرًا تابعًا، مما يسمح بتحليل التغيرات التي تطرأ على الظاهرة بمرور الوقت واستخلاص الاتجاهات والأنماط المختلفة. (الشمرتي، 2005)

ويُعد تحليل السلاسل الزمنيةعملية تهدف إلى وصف السلسلة الزمنية وقياس مكوناتها المختلفة، وفصل هذه المكونات مثل الاتجاهات والتقلبات الدورية والعشوائية، من أجل فهمها بشكل أعمق والتعامل معها بفعالية. (عثمان، 2017)

2- استقرار السلاسل الزمنية:

يشير مفهوم استقرار السلاسل الزمنية (Stationarity) إلى حالة تتذبذب فيها قيم المشاهدات حول متوسط ثابت بمرور الزمن، أي أن خصائص السلسلة الإحصائية لا تتغير مع الزمن. وبمعنى آخر، لا يظهر على السلسلة الزمنية اتجاه عام متزايد أو متناقص، بل تبقى خصائصها الأساسية ثابتة خلال فترات المراقبة. وتُعد السلسلة الزمنية لمتغير ما مستقرة إذا توفرت فيها الشروط الثلاثة الآتية:(الشامي والشمري، 2019)

1. ثبات المتوسط عبر الزمن، بحيث لا يتغير متوسط القيم ($\bar{Y}$) من فترة إلى أخرى.
2. ثبات التباين عبر الزمن، أي أن تشتت القيم حول المتوسط يبقى ثابتًا أيضًا.
3. أن يعتمد التغاير (Covariance) بين أي زوج من القيم على الفجوة الزمنية الفاصلة بينهما فقط، وليس على الوقت الذي تؤخذ فيه القيمتان.

3- دالة الارتباط الذاتي ACF:

تُعد دالة الارتباط الذاتي (ACF) أداة أساسية في تحليل السلاسل الزمنية، حيث تُستخدم لقياس مدى ارتباط القيم الحالية في السلسلة بقيمها السابقة عند فترات تأخير مختلفة. وتوفر هذه الدالة مؤشرات مهمة حول نمط التكرار أو الاعتماد الزمني بين الملاحظات، مما يساعد في تحديد طبيعة السلسلة ومدى استقرارها. تتراوح قيم ACF بين -1 و+1، وتشير القيم الموجبة إلى علاقة طردية، بينما تشير القيم السالبة إلى علاقة عكسية،

أما القيم القريبة من الصفر فتدل على ضعف أو غياب العلاقة الزمنية، ما يجعل ACF أداة فعالة في اختيار نماذج AR أو MA المناسبة. (Rathi, 2025)

يُعد تقدير الارتباط الذاتي محورياً في تحليل السلاسل الزمنية، إذ يعكس درجة اعتماد القيم الحالية على القيم السابقة. عندما تكون السلسلة الزمنية مستقلة وتُظهر خصائص التوزيع المتطابق والمستقل (iid)، فإن معاملات الارتباط الذاتي تكون منخفضة أو قريبة من الصفر، مما يشير إلى أن القيم غير مترابطة، وأن تأثير أي ملاحظة زمنية على غيرها يكون ضعيفًا أو معدومًا (Tsay, 2005).

4- دالة الارتباط الذاتي الجزئي PACF:

تعد دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) من الأدوات التحليلية الأساسية في منهجية Box-Jenkins لتحليل السلاسل الزمنية، وتُستخدم جنبًا إلى جنب مع دالة الارتباط الذاتي (ACF) للتمييز بين نماذج الانحدار الذاتي من درجات مختلفة. وتكمن وظيفة PACF في قياس العلاقة بين الملاحظة الحالية وتلك المتأخرة بمقدار k، بعد استبعاد تأثير القيم المتوسطة الواقعة بينهما، مما يسمح بعزل الارتباط الحقيقي عند التأخير k. ويُعد هذا مفيدًا في تحديد رتبة نموذج الانحدار الذاتي بدقة (McGee & Yaffee, 2000).

يمكن الاستفادة من دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) في تحديد رتبة نموذج الانحدار الذاتي (AR)، حيث تظهر معاملات PACF بقيم واضحة حتى التأخير رقم p، ثم تصبح قريبة من الصفر بعد ذلك، مما يشير إلى أن النموذج المناسب هو AR(p). أما في حالة نماذج المتوسط المتحرك (MA)، فإن معاملات PACF لا تتوقف عند حد معين بل تتناقص تدريجيًا. وعندما لا تظهر بيانات السلسلة الزمنية خصائص واضحة لأي من النموذجين AR أو MA، فقد يكون من الأفضل استخدام نموذج ARMA الذي يجمع بين خصائص النموذجين بطريقة مبسطة وفعالة (Verbeek, 2008).

5- مقدمة إلى نماذج بوكس جنكنز Box-Jenkins:

نماذج الانحدار الذاتي (AR):

يشير مفهوم الارتباط الذاتي في سياق نماذج الانحدار الذاتي (AR) إلى أن القيم الحالية للمتغير تعتمد على قيمه السابقة، أي أن هناك علاقة زمنية بين الملاحظات المتتالية. وفي هذا النوع من النماذج، يتم التعبير عن كل قيمة حالية كدالة خطية لمجموعة من القيم السابقة لها، مما يعكس نمطًا من الاعتماد الزمني يُستخدم لتفسير السلوك الداخلي للسلسلة الزمنية وتوقع قيمها المستقبلية. (Barreto & Howland, 2006)

نماذج المتوسط المتحرك (MA):

تُعد نماذج المتوسط المتحرك (MA) من الأساليب المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية، حيث تُعبّر القيمة الحالية للسلسلة كدالة خطية لمجموعة من الأخطاء العشوائية السابقة. يتم تحديد رتبة النموذج من خلال عدد الفترات الزمنية السابقة التي تؤخذ بعين الاعتبار، ويُشار إليه بـ MA(q)، حيث q هو عدد التأخيرات. فعلى سبيل المثال، يمثل النموذج MA(1) متوسطًا متحركًا من الدرجة الأولى يعتمد على الخطأ في الفترة السابقة فقط. وتُستخدم هذه النماذج عادةً في تحليل السلاسل الزمنية أحادية المتغير التي لا تحتوي على اتجاهات واضحة أو أنماط موسمية (Pandit, 2021).

نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA):

طور الباحث Wold عام 1938 نموذجًا يجمع بين خصائص نماذج الانحدار الذاتي (AR) والمتوسطات المتحركة (MA)، وأطلق عليه نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلط (ARMA). يُستخدم هذا النموذج لتمثيل السلاسل الزمنية المستقرة، حيث تُعبَّر القيمة الحالية للسلسلة الزمنية بدلالة القيم السابقة لنفس السلسلة (كما في نموذج AR)، بالإضافة إلى القيم الحالية والسابقة للأخطاء العشوائية (كما في نموذج MA). يُرمز لهذا النموذج بـ ARMA (p, q)، حيث يشير p إلى رتبة الانحدار الذاتي، وq إلى رتبة المتوسط المتحرك، ويُستخدم لتقدير السلاسل الزمنية التي لا تظهر اتجاهًا أو تقلبات موسمية (مؤمن، 2005).

لكي يكون نموذج ARMA مناسبًا لتحليل السلسلة الزمنية، يجب توفر شرطين أساسيين:

☒ **شرط الاستقرارية (Stationarity):**

يرتبط شرط الاستقرارية بجزء الانحدار الذاتي (AR) في النموذج. وتُعد السلسلة الزمنية مستقرة إذا كانت جميع جذور معادلة الانحدار الذاتي تقع خارج دائرة الوحدة، أي أن القيمة المطلقة لكل جذر أكبر من 1. وعند تحقق هذا الشرط، فإن عملية ARMA تكون مستقرة.(Brockwell & Davis, 2016)

☒ **شرط قابلية الانعكاس (Invertibility):**

يرتبط هذا الشرط بجزء المتوسط المتحرك (MA) في النموذج. وتكون السلسلة الزمنية قابلة للعكس إذا كانت جميع جذور معادلة المتوسط المتحرك تقع أيضًا خارج دائرة الوحدة، بمعنى أن القيمة المطلقة لكل جذر أكبر من 1.(Deistler& Scherrer, 2022)

6- خطوات بناء نموذج ARMA:

تشخيص النموذج (Identification):

تبدأ هذه المرحلة بتحديد النموذج الأنسب الذي يعبّر عن سلوك السلسلة الزمنية. وتشمل الخطوة الأولى رسم السلسلة الأصلية لتحليل خصائصها، بعد ذلك، يتم فحص استقرارية السلسلة حول المتوسط والتباين، ثم يتم حساب دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) لتحديد نوع النموذج المناسب: (حيدر وحمة رسول، 2019)

- ✓ إذا كانت دالة الارتباط الذاتي (ACF) تتناقص بشكل أسي، بينما دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) تنقطع بعد فترة تأخير معينة p، فإن النموذج المناسب هو نموذج الانحدار الذاتي AR(p).
- ✓ أما إذا كانت PACF تتناقص بشكل أسي، وACF تنقطع بعد فترة تأخير q، فإن النموذج هو نموذج المتوسط المتحرك MA(q).
- ✓ في حال كانت كل من ACF وPACF تتناقصان بشكل أسي دون انقطاع واضح، فإن هذا يشير إلى ملاءمة نموذج ARMA لتمثيل السلسلة الزمنية.

تقدير نموذج (Estimation):

تخضع عملية تقدير نموذج ARMA للاعتبارات نفسها المستخدمة في نماذج AR وMA، لكنها غالبًا ما تكون أكثر تعقيدًا من الناحية الحسابية.

ومع ذلك، يُعد أسلوب الإمكانية العظمى (Maximum Likelihood - ML) من أبسط الطرق المستخدمة في التقدير، خاصة عند تجاهل مساهمة القيم الأولية في دالة الاحتمال. في هذه الحالة، يمكن التعبير عن نموذج ARMA على شكل معادلة انحدار تتضمن خطأً تابعًا لعملية MA، مما يسمح بتطبيق طريقة ML بشكل مباشر. كما يمكن إدراج متغيرات خارجية في النموذج إذا لزم الأمر. وعند اختيار رتب النموذج (p, q)، يجب التأكد من أنها الحد الأدنى الضروري، بحيث لا يمكن اختزال النموذج بإزالة عوامل مشتركة من كلا الجانبين، لتفادي الإفراط في تحديد النموذج أو تكرار المكونات. (Pesaran, 2015)

مرحلة التشخيص (Diagnostic Checking):

تُعد هذه المرحلة من الخطوات الأساسية في تحليل نماذج ARMA، حيث يتم من خلالها تقييم مدى ملاءمة النموذج الذي تم تحديده وتقدير معلماته. وبناءً على نتائج هذه المرحلة، يُتخذ القرار إما بالاستمرار في استخدام النموذج لأغراض التحليل والتنبؤ، أو العودة إلى مراحل سابقة لإعادة تحديد النموذج وتقديره من جديد.

وقد اقترح Box وJenkins (1976) مجموعة من الاختبارات التي تهدف إلى فحص مدى جودة النموذج وصحة الفرضيات المرتبطة به، من أبرزها اختبار بواقي النموذج (Residuals) للكشف عن وجود ارتباط ذاتي متبقٍ، واختبار التوزيع الطبيعي للبواقي، وكذلك استخدام الرسوم البيانية مثل مخطط الارتباط الذاتي لبواقي النموذج. (أبو لبدة، 2018)

التنبؤ:

تُعد مرحلة التنبؤ من الخطوات المهمة بعد بناء نموذج ARMA المناسب. حيث يتم من خلاله تقدير القيم المستقبلية للسلسلة الزمنية بالاعتماد على القيم السابقة والمكونات العشوائية للنموذج. ويتم ذلك ضمن فترة زمنية محددة، مع محاولة تقليل مقدار الخطأ بين القيم المتنبأ بها والقيم الفعلية قدر الإمكان.

يعتمد التنبؤ في هذا النموذج على المعلمات التي تم تقديرها مسبقًا، ويهدف إلى إعطاء صورة تقريبية عن سلوك السلسلة في الفترات القادمة مثل t+1، t+2، وهكذا، مما يساعد في اتخاذ قرارات مبنية على تحليل إحصائي موثوق. (Wei, 2006)

الجانب التطبيقي

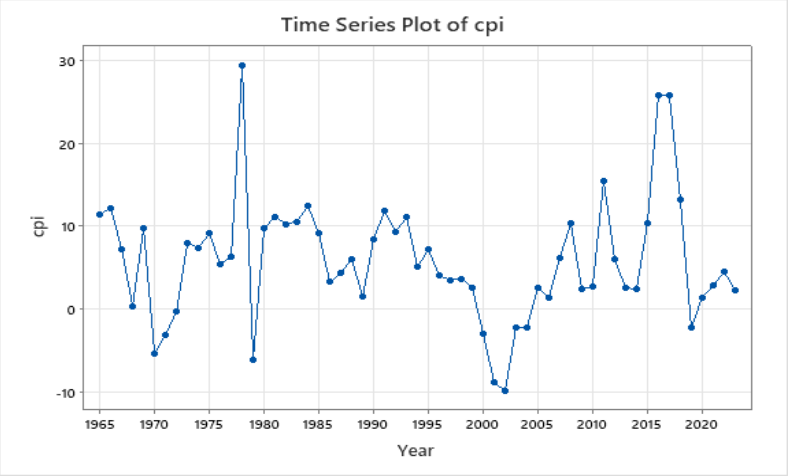
في هذا الجزء من البحث، تم تطبيق نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA) على سلسلة زمنية تمثل الأرقام القياسية لأسعار المستهلك CPI في ليبيا، وذلك بهدف تحليل سلوكها خلال فترة الدراسة. تم الحصول على البيانات من قاعدة بيانات البنك الدولي، حيث تغطي الفترة الزمنية الممتدة من عام 1965 إلى عام 2023.

وقد تم الاعتماد على برنامج Minitab في تنفيذ التحليل الإحصائي، تظهر البيانات المستخدمة في الجدول (1)، الذي يوضح الأرقام القياسية السنوية لأسعار المستهلك في ليبيا خلال فترة الدراسة، ويُشكل الأساس الذي بُني عليه النموذج التطبيقي.

الجدول (1): سلسلة البيانات السنوية للأرقام القياسية لأسعار المستهلك في ليبيا خلال الفترة (1965-2023)

العام	***1965***	***1966***	***1967***	***1968***	***1969***	***1970***	***1971***	***1972***	***1973***
cpi	11.42	12.24	7.30	0.39	9.79	-5.30	-3.10	-0.25	7.97
1974	**1975**	**1976**	**1977**	**1978**	**1979**	**1980**	**1981**	**1982**	**1983**
7.46	9.12	5.48	6.28	29.38	-6.04	9.73	11.20	10.26	10.61
1984	**1985**	**1986**	**1987**	**1988**	**1989**	**1990**	**1991**	**1992**	**1993**
12.48	9.14	3.29	4.36	6.09	1.51	8.45	11.90	9.36	11.07
1994	**1995**	**1996**	**1997**	**1998**	**1999**	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**
5.11	7.24	4.03	3.55	3.71	2.65	-2.90	-8.81	-9.80	-2.19
2004	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**
-2.20	2.65	1.46	6.25	10.36	2.46	2.80	15.52	6.06	2.61
2014	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**	**2023**
2.43	10.40	25.85	25.80	13.17	-2.16	1.45	2.87	4.51	2.37

المصدر: مجموعة البنك الدولي- الأسعار القياسية للسلع الاستهلاكية (2010 = 100) – ليبيا. تم الاسترجاع من:
https://data.worldbank.org/indicator/FP.CPI.TOTL.ZG?locations=LY

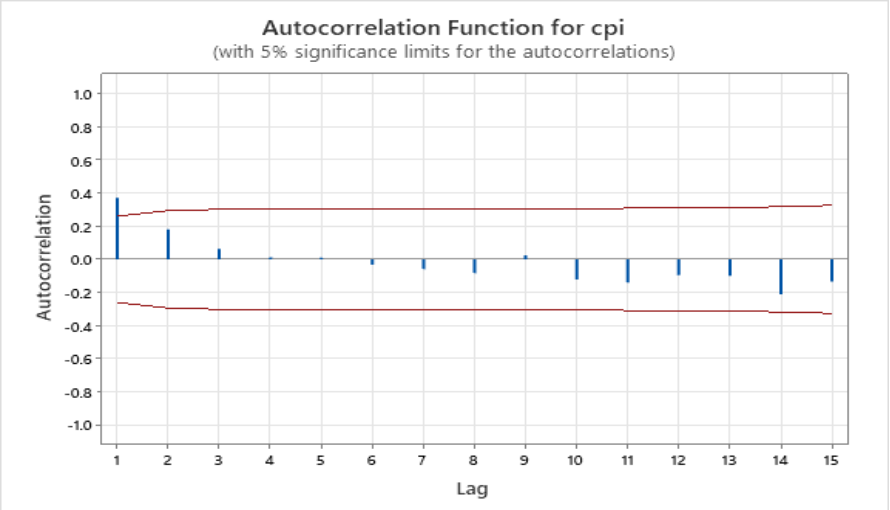


الشكل (1): تطور الأرقام القياسية لأسعار المستهلك في ليبيا خلال الفترة (1965-2023).

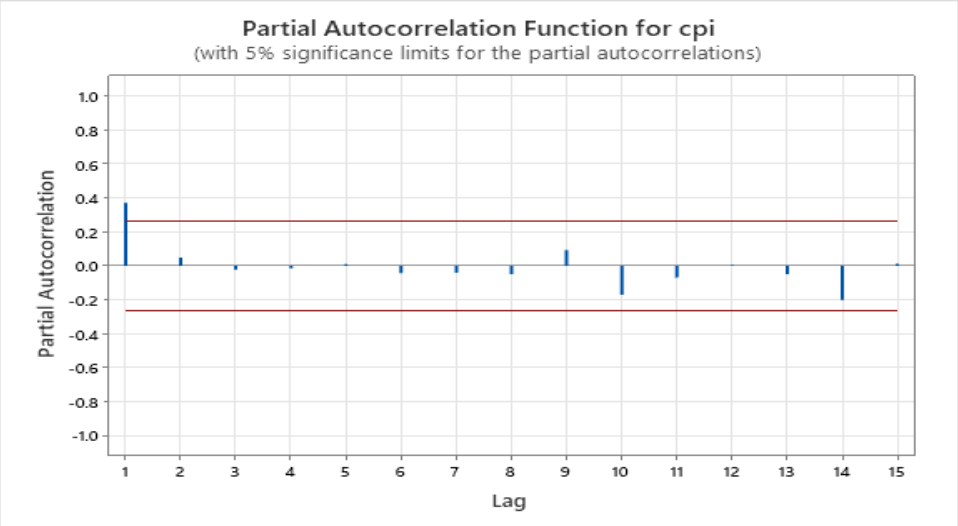
يوضح الشكل (1) تطور الأرقام القياسية لأسعار المستهلك في ليبيا خلال الفترة (1965-2023)، استنادًا إلى بيانات البنك الدولي. يُظهر الشكل تقلبات واضحة عبر السنوات المدروسة، دون وجود اتجاه عام طويل الأجل. ويُعد هذا التمثيل البصري خطوة أولية مهمة في تحليل السلاسل الزمنية، حيث يساعد على تكوين تصور مبدئي حول خصائص السلسلة مثل الاستقرارية والتقلبات العشوائية. سيتم لاحقًا التحقق من استقرارية السلسلة الزمنية من خلال تحليل دوال الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF)، وذلك لتحديد مدى ملاءمة نماذج ARMA في توصيف السلوك الديناميكي للسلسلة.

دراسة الاستقرارية:

تم تحليل خصائص السلسلة الزمنية للأرقام القياسية لأسعار المستهلك في ليبيا خلال الفترة من 1965 إلى 2023 باستخدام دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF). وقد أظهر الرسمان اقتصار القيم المعنوية على الإزاحات القليلة الأولى، في حين انخفضت القيم التالية بشكل سريع إلى داخل الحدود، دون وجود تباطؤ تدريجي طويل الأمد. يشير هذا النمط إلى أن السلسلة لا تحتوي على اتجاهات زمنية قوية أو عدم استقرارية واضحة، دون الحاجة إلى إجراء تفريق (Differencing) مما يدعم استخدام نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA) لتحليلها.



الشكل (2): دالة الارتباط الذاتي البسيط لسلسلة الأرقام القياسية لأسعار المستهلك.



الشكل (3): دالة الارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة الأرقام القياسية لأسعار المستهلك.

تحديد النموذج:

تم تحديد النموذج المناسب من خلال تجريب عدد من نماذج ARMA ومقارنة أدائها. وقد تبيّن أن نموذج ARMA(1,2) هو الأنسب، وذلك بناءً على معنوية المعلمات، ونتائج اختبار Ljung-Box التي أشارت إلى عدم وجود ارتباط ذاتي في البواقي، بالإضافة إلى تحقق افتراض التوزيع الطبيعي لهذه البواقي. كما أظهرت مخططات ACF وPACF الخاصة بالبواقي أن النموذج لا يترك نمطًا ارتباطيًا متبقّيًا، مما يدل على جودة الملاءمة.

تقدير النموذج(1,2)ARMA:

بعد تحديد نموذج ARMA(1,2) كنموذج الأنسب للسلسلة المدروسة، تم تقدير معلمات النموذج باستخدام برنامج Minitab. وقد أظهرت نتائج التقدير أن جميع المعاملات (معامل الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى(1) AR ومعاملَي المتوسطات المتحركة من الرتبتين الأولى والثانية (2) MA) كانت معنوية إحصائيًا عند مستوى دلالة 5%. حيث أن قيم احتمال الدلالةP-valueكانت أقل من 0.05 مما يدعم موثوقية النموذج في نمذجةالسلسلة الزمنية. كما هو موضح في الجدول الآتي:

الجدول (2): نتائج تقدير معاملات النموذج ARMA(1,2) .

Type	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
AR 1	0.918	0.143	6.43	0.000
MA 1	0.650	0.198	3.29	0.002
MA 2	0.334	0.128	2.61	0.012
Constant	0.4797	0.0440	10.89	0.000
Mean	5.830	0.535		

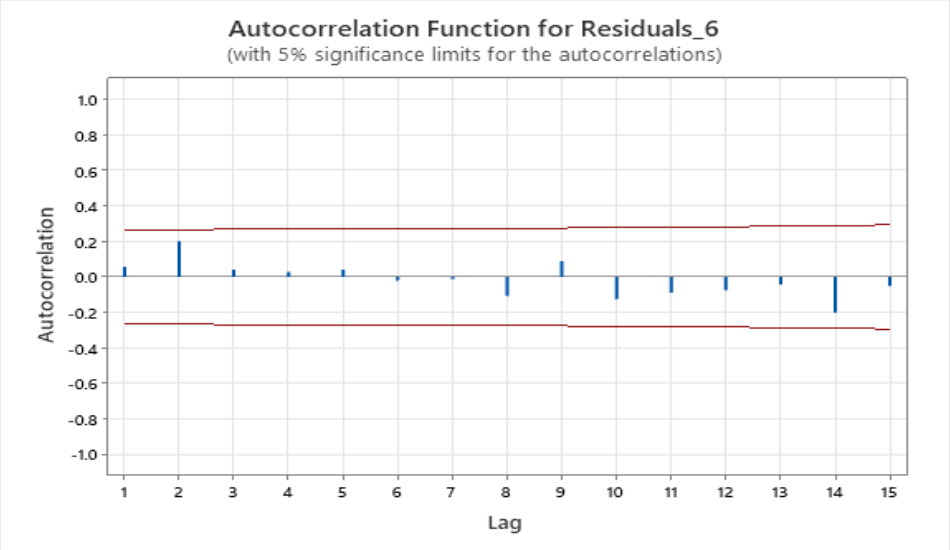
المصدر: من إعداد الباحثان بالاعتماد على برنامج Minitab20

تشخيص النموذج ARMA (1,2):

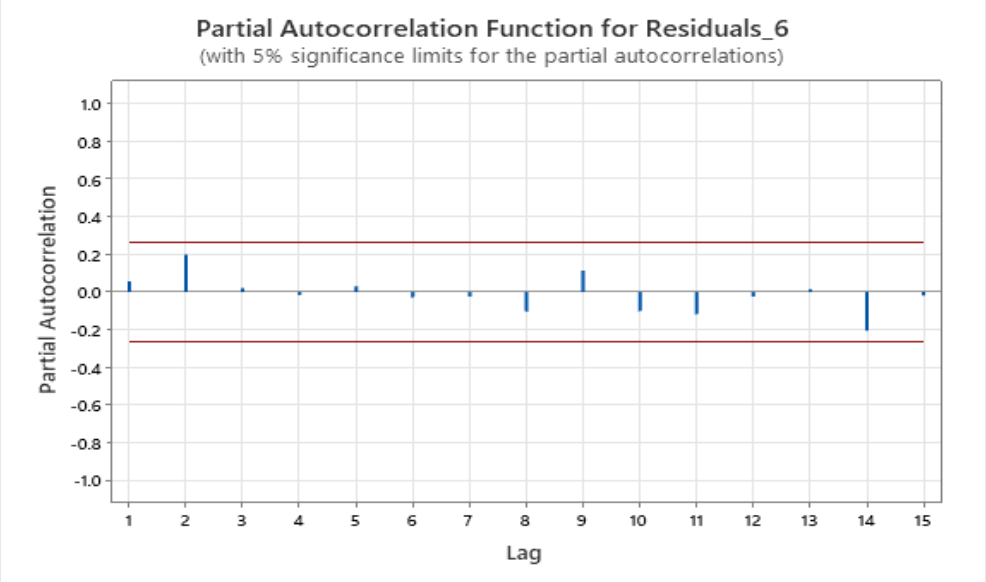
بعد تقدير نموذج ARMA(1,2) ، تم الانتقال إلى مرحلة تشخيص النموذج للتحقق من مدى ملاءمته الإحصائية لتمثيل السلسلة الزمنية محل الدراسة. ويتم من خلال هذه المرحلة التأكد من تحقق الفرضيات الأساسية لنماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة، وذلك من خلال تحليل خصائص البواقي. وقد تم استخدام عدد من الأدوات الإحصائية لذلك، مثل مخططات ACF وPACF، واختبار Ljung-Box، إضافة إلى اختبار التوزيع الطبيعي للبواقي.

أولًا: مخططات ACF وPACF للبواقي:

للتحقق من استقلالية البواقي الناتجة عن النموذج، تم رسم مخططي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) للبواقي. وقد أظهرت النتائج أن جميع القيم تقع ضمن حدود الثقة، مما يدل على عدم وجود ارتباطات ذاتية متبقية في البواقي، وبالتالي فإن النموذج لا يترك أي بنية زمنية غير مفسّرة.



الشكل (4): دالة الارتباط الذاتي البسيط لسلسلة البواقي.



الشكل (5): دالة الارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة البواقي.

ثانيًا: اختبار Ljung-Box:

تم تطبيق اختبار Ljung-Box على بواقي النموذج للتحقق من العشوائية. وقد كانت قيم الاحتمال (p-values) لجميع الرتب غير معنوية عند مستوى دلالة 5%، مما يعني قبول الفرضية الصفرية التي تفترض عدم وجود ارتباط ذاتي في البواقي. ويؤكد هذا من صحة النموذج ويشير إلى أن البواقي عشوائية.

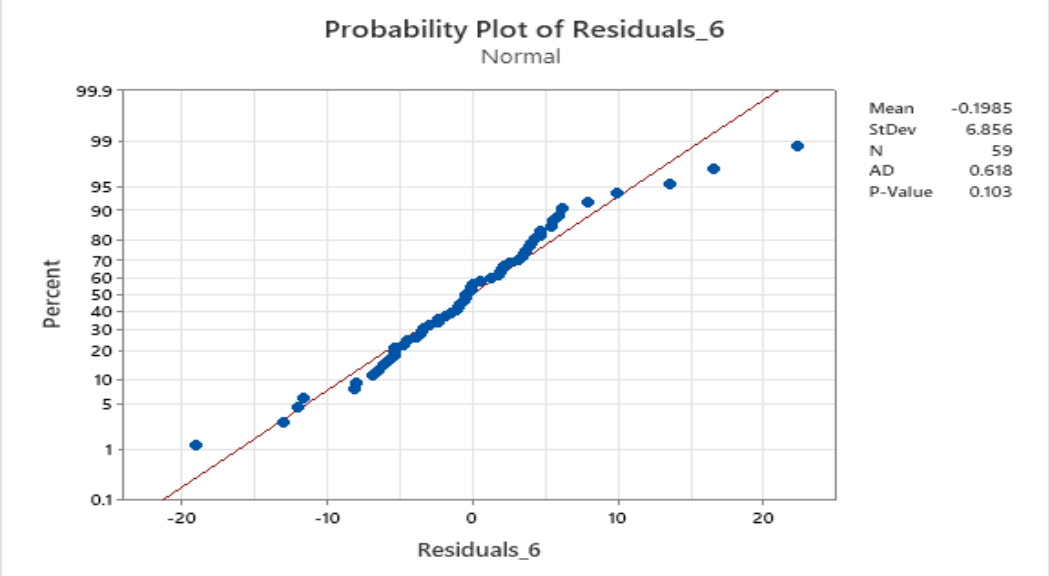
الجدول (3): نتائج اختبار Ljung–Box لبواقي النموذج

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	6.64	14.10	22.22	33.14
DF	8	20	32	44
P-Value	0.576	0.825	0.901	0.884

المصدر: من إعداد الباحثان بالاعتماد على برنامج Minitab20

ثالثًا: اختبار التوزيع الطبيعي للبواقي:

للتحقق من افتراض التوزيع الطبيعي للبواقي، تم إجراء اختبار التوزيع الطبيعيAnderson darling، وأظهرت نتائج الاختبار أن قيمة الاحتمال الدلالةP-valueكانت أكبر من 0.05 غير معنوية، مما يعني عدم وجود دليل إحصائي على رفض الفرضية الصفرية التي تنص على أن البواقي تتبع التوزيع الطبيعي. يدعم هذا جودة ملاءمة النموذج.



الشكل (6): اختبار التوزيع الطبيعي لبواقي التقدير.

وبناءً على نتائج الاختبارات المختلفة، يمكن القول إن النموذج يتمتع بدرجة جيدة من الكفاءة في تمثيل السلسلة الزمنية، حيث أظهرت البواقي خصائص العشوائية والتوزيع الطبيعي، ولم تُظهر أي أنماط ارتباطية متبقية. وعليه، فإن نموذج ARMA(1,2) يُعد ملائمًا من الناحية الإحصائية، وعليه تم قبول فرضية البحث القائلة:

نماذج ARMA توفر إطارًا يسمح بنمذجة سلسلةالأرقام القياسية لأسعار المستهلك CPI في ليبيا خلال الفترة (1965–2023)

نتائج البحث:

1. تم قبول فرضية البحث التي تنص على أن نماذج ARMA توفر إطارًا يسمح بنمذجة سلسلةالأرقام القياسية لأسعار المستهلك CPI في ليبيا خلال الفترة (1965–2023)، وتم تحديد نموذج ARMA(1,2) كأفضل نموذج لتمثيل سلسلة الأرقام القياسية لأسعار المستهلك في ليبيا خلال الفترة 1965–2023 بعد مقارنة عدة نماذج ARMA.
2. يتمتع النموذج بقدرة تفسيرية عالية، ويصلح للاستخدام في فهم وتحليل الاتجاهات الزمنية في الأسعار الاستهلاكية خلال فترة الدراسة.
3. يوفّر النموذج أساسًا موثوقًا لإجراء التنبؤات المستقبلية المتعلقة بمستوى الأسعار في الاقتصاد الليبي، وهو ما يعزز استخدامه في الأبحاث الاقتصادية وفي صناعة القرار.
4. تؤكد نتائج البحث أهمية نماذج ARMA كأدوات تحليلية فعالة للسلاسل الزمنية الاقتصادية المستقرة دون الحاجة إلى التفرقة، عند تحقق شروط التطبيق.

توصيات البحث:

1. توصي هذه الدراسة بأهمية استخدام النماذج الزمنية مثل ARMA في تحليل المؤشرات الاقتصادية المستقرة، نظرًا لقدرتها على التقاط الأنماط الزمنية والتقلبات قصيرة الأجل دون الحاجة إلى عمليات الفرق، مما يسهّل بناء نماذج تنبؤية فعالة وقابلة للتفسير.
2. يُنصح بأن تتبنى الجهات المسؤولة عن جمع وتحليل البيانات الاقتصادية، استخدام نماذج ARMA في تحليل السلاسل الزمنية المتعلقة بالتضخم والأسعار ومؤشرات الاقتصاد الكلي.
3. تُشجع الدراسة على إجراء تحليلات مقارنة بين نموذج ARMA ونماذج أخرى مثل ARIMA أو نماذج التباين غير المتجانس (ARCH/GARCH) خاصة في حال وجود تقلبات حادة أو تغير في تباين السلسلة، وذلك بهدف الوصول إلى نموذج يعكس ديناميكية السلسلة بشكل أكثر دقة.
4. توصي الدراسة بإجراء أبحاث مستقبلية تطبق نماذج ARMA على مؤشرات اقتصادية لاختبار مدى ملاءمة هذا النموذج في سياقات تحليلية مختلفة.

المراجع:

أولاً: المراجع العربية

1. أبو لبده، إياد يونس عبد الحميد. (2018). *استخدام نموذجي ماركوف و ARIMA في التنبؤ بأسعار صرف الدولار مقابل الشيكل* (رسالة ماجستير غير منشورة). جامعة الأزهر، غزة.
2. الحلواني، ماجي أحمد محمد خليل. (2019). استخدام Automatic ARMA للوقوف على الأمية مستقبلاً في جمهورية مصر العربية. *المجلة العلمية للاقتصاد والتجارة*، 49(2)، 626-696.
3. حيدر، إسراء عوني، &حمه رسول، فاطمة عثمان. (2019). التنبؤ بأسعار الذهب العالمية باستخدام نماذج ARIMA. *مجلة جامعة جوفاري للعلوم الإنسانية*، 23(2)، 215-238.
4. الشمرتي، حامد. (2005). *الأساليب الإحصائية في اتخاذ القرار: تطبيقات في منظمات أعمال إنتاجية وخدمية*. إندونيسيا: المنهل.
5. الشمري، مايح شبيب، &الشامي، حسين علي. (2018). *الحوكمة والنمو الاقتصادي: دراسة في دول مختارة مع إشارة خاصة للعراق*. الأردن: دار غيداء للنشر والتوزيع.
6. العتوم، شفيق، &العاروري، فتحي. (2003). *الأساليب الإحصائية*. عمّان: دار المناهج للنشر والتوزيع.
7. عثمان، امطير. (2017). *مبادئ الإحصاء*. الأردن: مركز الكتاب العربي.
8. مؤمن، فاتن. (2005). *تقدير عدد الإصابات بمرض السرطان في المملكة العربية السعودية باستخدام تحليل السلاسل الزمنية*. السعودية: جامعة الملك عبد العزيز.

ثانياً: المراجع الأجنبية

9. Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (2016). *Introduction to time series and forecasting*. New York: Springer.
10. Deistler, M., & Scherrer, W. (2022). *Time series models*. Switzerland: Springer.

11. Isiaka, A., Isiaka, A., & Isiaka, A. (2021). Forecasting with ARMA models: A case study of the exchange rate between the US Dollar and a unit of the British Pound. *International Journal of Research in Business and Social Science (2147-4478)*, 10(1), 205–234.
12. McGee, M., & Yaffee, R. (2000). *An introduction to time series analysis and forecasting with applications of SAS and SPSS*. New York: Academic Press Inc.
13. Pandit, A. (2021). *Mathematical modeling using fuzzy logic applications to sustainability*. USA: CRC Press.
14. Pappas, S. S., Ekonomou, L., Karamousantas, D. C., & Chatzarakis, G. E. (2008). Electricity demand loads modeling using autoregressive moving average (ARMA) models. *Energy*, 33(9), 1353–1360.
15. Pesaran, M. H. (2015). *Time series and panel data econometrics*. United Kingdom: Oxford University Press.
16. Rathi, V. (2025). *Introduction to time series analysis*. India: Educohack Press.
17. Singh, B., & Pozo, D. (2018). *A guide to solar power forecasting using ARMA models*. Sandia National Laboratories & Skolkovo Institute of Science and Technology.
18. Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series* (2nd ed.). New Jersey: Wiley.
19. Verbeek, M. (2008). *A guide to modern econometrics*. England: Wiley.
20. Wei, W. S. (2006). *Time series analysis: Univariate and multivariate methods* (2nd ed.). USA: Addison Wesley.
21. Zeng, W. (2024). Application of AR, MA, and ARMA models in financial time series analysis. *Advances in Economics Management and Political Sciences*, 141(1).